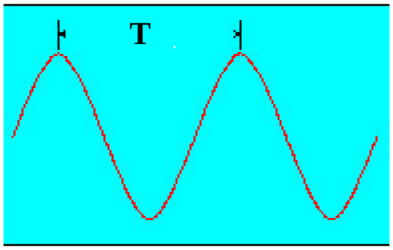
APENDICE II



CIRCUITOS DE ALTERNADA

Introducción

La mayoría de los sistemas FV de baja o mediana capacidad usan voltajes de CC. Sin embargo, cuando el diseño incorpora el uso de aparatos electrodomésticos en cantidad, suele ser más sencillo convertir la CC en CA. Al hacerlo se tienen dos ventajas: la corriente para un dado consumo baja (mayor voltaje), y la selección de electrodomésticos para CA es más variada y de menor costo.

Otra situación práctica se plantea al querer utilizarse bombas sumergibles de irrigación de alto consumo, ya que bajos valores de voltaje implica el uso de cables muy pesados.

Los sistemas de distribución de gran capacidad deben reducir las pérdidas en el medio conductor a un mínimo. Para ello se necesita elevar el voltaje de transmisión a cientos de miles de volts. La CA es la única solución económica, ya que permite la incorporación de transformadores, los que elevan o reducen los voltajes de acuerdo a la extensión de la línea de transmisión o a los requerimientos del uso domiciliario.

Nota Importante

La ley de Ohm y las dos leyes de Kirchhoff descriptas en el apéndice anterior, rigen en los circuitos de CA.

Voltaje de CA

Los valores de voltaje de una **C**orriente **A**lternada (**CA**) son repetitivos, de manera que existirá un período de duración (**T**) y una frecuencia de repetición dada por el cociente **1/T**. Pero, a diferencia de los voltajes pulsantes, durante el período T el voltaje ***cambia de polaridad***. La variación de polaridad más útil es la que toma lugar cuando el voltaje instantáneo (**v**), durante el período **T**, varía siguiendo una forma sinusoidal. Esto implica que, en todo instante (**t**) dentro del período, el valor de **v** está dado por la expresión:

$$\mathbf{v = Vp \times sen\,(2\pi t / T)} \qquad \mathbf{(2.1)}$$

donde **Vp** es el valor pico (máximo), **t** es el tiempo transcurrido desde el comienzo del ciclo, y π una constante cuyo valor aproximado es de 3,1416. Como la función **sen** a **,** durante el período T, oscila entre dos valores máximos (+1 y -1) y otro mínimo (0), el voltaje instantáneo **v** variará, en forma continua, entre esos valores extremos.

La Figura AII.1 muestra un voltaje sinusoidal de CA, como el que se utiliza para alimentar cargas residenciales.

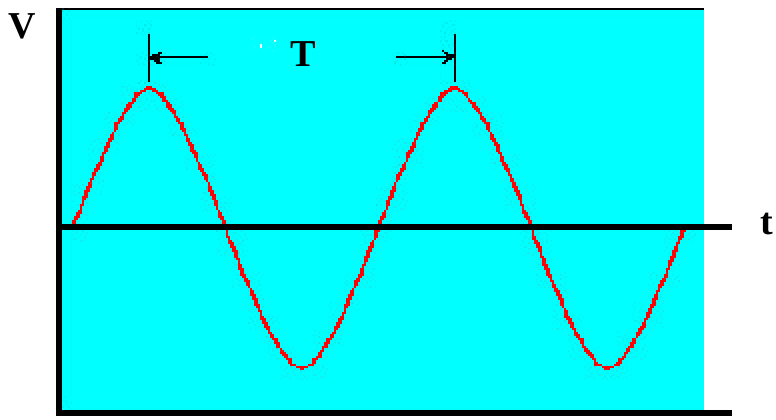


Figura AII.1- Voltaje sinusoidal de CA

Valores de frecuencia

En sistemas de origen europeo la frecuencia suele ser de 50 c/s, o 50 Hz (Herts). En sistemas originados en los EEUU, la frecuencia es de 60 c/s (60 Hz). El tiempo T (1/f), es de 20 y 16,6666 ms (milisegundos), respectivamente.

Nota: *El cambio de polaridad dicta que el voltaje debe pasar por el valor cero. Esta característica hace que no pueda ser mantenido un arco eléctrico entre los contactos de una llave interruptora de CA al abrir el circuito.*

Valor eficaz

A diferencia de un circuito de continua, donde el valor de la FEM suele ser constante o puede reducirse a un valor constante (voltaje pulsante equivalente), el voltaje de CA varía constantemente durante el período T. Para poder calcular los valores de corriente y potencia en un circuito de CA se necesita definir un nuevo valor, al que se conoce como **valor eficaz**.

Este representa un **valor constante** que genera (o disipa) la misma potencia que el valor sinusoidal variable. Esta definición implica que el valor de un voltaje de continua que cree la ***misma disipación*** en un resistor que otro de CA es, en efecto, igual al valor del voltaje eficaz de la onda sinusoidal.

El valor eficaz en la literatura técnica en inglés se abrevia con las letras ***rms*** (raiz cuadrada del valor medio al cuadrado). En este manual lo abreviaremos con las letras **ef**.

Relación Vp/Vef

El valor máximo, o pico, de una onda sinusoidal está relacionado con su valor eficaz por la expresión:

$$\mathbf{Vp = Vef \times \sqrt[2]{2} = Vef \times 1{,}4142} \qquad \mathbf{(2.2)}$$

El valor pico es importante cuando se toma en consideración problemas de aislación. La resolución de circuitos de CA se llevan a cabo considerando los valores eficaces. Los sistemas de distribución domiciliaria en los EEUU usan un valor de 120 Vef, lo que se traduce en un valor de 169,7 Vp. Los sistemas europeos usan un valor de 220 Vef, lo que se traduce en un valor de 311,13 Vp.

Nota: *El valor efectivo de un voltaje de CA depende de la* ***forma de onda*** *o, dicho de otra manera, de cuánto se aparta la forma de onda del voltaje de la sinusoidal pura.*

Voltajes no sinusoidales

Cuando la forma de onda se aleja de la sinusoidal pura, la teoría muestra que la nueva forma de onda es equivalente a la suma, en cada instante, de un número infinito de ondas sinusoidales, las que tienen frecuencias y amplidudes diferentes. A la onda sinusoidal cuyo **valor pico y período es igual** al de la forma no-sinusoidal, se la denomina **onda fundamental**, o simplemente, fundamental. El resto de las sinusoides tienen mayor frecuencia (múltiplos de la fundamental) y sus valores picos disminuyen al aumentar la frecuencia. A estas sinusoides se las conoce como las **armónicas** de la fundamental.

Como el valor pico de las armónicas disminuye, sus valores efectivos resultan cada vez menores. El valor efectivo de una onda no-sinusoidal está dado por la expresión:

$$\mathbf{Vef} = \sqrt[2]{V^2ef_1 + V^2ef_2 + V^2ef_3 + V^2ef_4 + \ldots\ldots + V^2ef_n} \qquad \mathbf{(2.3)}$$

donde $\mathbf{Vef_1}$ es el valor efectivo de la fundamental, y $\mathbf{Vef_{2,3,4,..n}}$ son los valores efectivos correspondientes a la segunda, tercera, cuarta y enésima armónica.

Como los valores efectivos están asociados con la potencia, una onda no-sinusoidal genera más disipación que una sinusoidal pura. Además las armónicas tienden a afectar el comportamiento de radios y TVs, ya que irradian frecuencias mucho más altas que la fundamental.

Los voltímetros de CA (digitales o no) tienen limitaciones de frecuencia, de manera que para medir el voltaje efectivo de una onda de voltaje no-sinusoidal se utiliza la definición física dada en este capítulo, aplicando ese voltaje a una resistencia de **valor conocido**. La disipación de calor generada por el voltaje efectivo de la onda no-sinusoidal ***crea un voltaje de CC en una termocupla***, proporcional a esa disipación. Una vez que se conoce la disipación (**W**), el valor efectivo de esa forma de onda está dado por:

$$\mathbf{Vef} = \sqrt[2]{\mathbf{R \times W}}$$

Distorsión porcentual

Los primeros inversores (CC a CA) utilizaban ondas de voltaje que eran sólo una aproximación de la sinusoidal pura. Algunos, descontinuados en el presente, generaban una onda cuadrada. Esta pobre imitación fué reemplazada por un voltaje que variaba en escalones (conversores cuasi-sinosoidales). Los inversores modernos generan salidas de voltaje sinusoidales de alta calidad (baja distorsión), sobre todo los que se conectan a la red de distribución. El factor de distorsión ? relaciona el contenido armónico al valor de la fundamental. La relación suele darse en forma porcentual. Se tiene que:

$$d\,\mathbf{\% = (VefA / VefF) \times 100} \qquad \mathbf{(2.4)}$$

Donde d **%** es el porcentaje de distorción armónica, **VefA** es el valor efectivo de las armónicas y **VefF** es el valor efectivo de la fundamental. Los inversores modernos generan voltajes sinusoidales con una distorsión porcentual menor al 1% (< 1%).

Números imaginarios

Como veremos al tratar de resolver los circuitos de CA, no se puede evaluar la corriente en el circuito sin usar los números imaginarios, los que se caracterizan por tener **un valor y una dirección**, es decir un ángulo asociado con el valor. Esta situación no es nueva en física, ya que la reacción de una fuerza ejercida en un objecto dependerá no sólo de su magnitud, pero de la dirección en que se aplica.

Un número imaginario consiste de dos valores, dados en forma de suma. La expresión general es del tipo:

$$\mathbf{M = R + i\,I}$$

donde R es la parte real e I la parte imaginaria de M.

Nota: *En la nomenclatura de los EEUU se utiliza la letra minúscula* ***i*** *para identificar la parte imaginaria. En la literatura europea es común la letra minúscula* ***j****.*

Suma vectorial

La representación gráfica de un número imaginario se hace usando un sistema cartesiano de dos ejes: **x** e **y.** La parte real **(R)** se representa a lo largo del eje **x** y la imaginaria **(I)** a lo largo del eje **y.** La figura AII.2 muestra la representación gráfica del número imaginario M.

Puede observarse que las dos componentes (real e imaginaria) usan flechas, cuyas puntas indican la dirección en el eje **x** e **y** respectivamente. A estas flechas se las denomina vectores, de manera que un número imaginario representa la **suma vectorial** de las dos componentes. La longitud del vector M es el valor de su magnitud, y corresponde a la diagonal del paralelogramo que forman las puntas de los vectores (Figura AII.2). Si el gráfico está hecho en escala, el valor aproximado de la suma vectorial puede leerse del gráfico. La solución matemática es la preferida. La magnitud del vector [M], indicada entre corchetes para distinguirla del vector M, se calcula aplicando el teorema de Pitágoras:

$$[M] = \sqrt[2]{[R]^2 + [I]^2} \qquad \mathbf{(2.5)}$$

y, por trigonometría:

$$\mathbf{tang}\ F = [I] / [R] \qquad \mathbf{(2.6)}$$

De **(2.6)** se deduce que:

$$F = \mathrm{arctang}(\,[I] / [R]\,) \qquad \mathbf{(2.7)}$$

Nota: *El ángulo F es* ***positivo*** *cuando gira, desde el eje x,* ***en sentido contrario a las agujas de un reloj.***

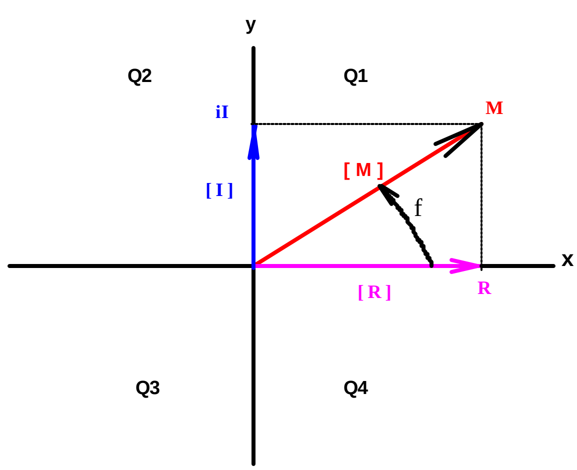


Figura AII.2- Representación gráfica del vector M

El sistema cartesiano define cuatro cuadrantes (Q1 - Q4). Dependiendo de los signos de los vectores R e I, el vector M ocupará uno de los cuatro cuadrantes.

Producto vectorial

Cuando dos vectores V1 y V2 cuyas componentes son:

$$\mathbf{V1 = R_1 + iI_1} \quad \text{y}$$
$$\mathbf{V2 = R_2 + iI_2}$$

son multiplicados vectorialmente (V1 * V2), el vector producto **P** tiene una magnitud **[P]** y un ángulo ? dados por las expresiones:

$$\mathbf{[P] = [V1] \times [V2]} \qquad \text{y} \qquad F = F_1 + F_2$$

donde ?**1** y ?**2** son los ángulos asociados con los vectores **V1** y **V2**, respectivamente, cuyos valores están dados por la expresión **(2.7)**, aplicada a cada vector.

División vectorial

El cociente **(Q)** de los vectores V1 y V2 tendrá una magnitud **[Q]** y un ángulo F**’** dados por las expresiones:

$$\mathbf{[Q] = [V1] / [V2]} \qquad \text{y} \qquad F' = F_1 - F_2$$

En y fuera de fase

Lo que facilita la resolución de los circuitos de CC es que el voltaje y la corriente en el circuito ocurren al mismo tiempo, es decir están siempre en fase. En los circuitos de CA esta situación es sólo posible si el circuito tiene componentes resistivos, ya que sus valores no son afectados por la frecuencia. Componentes como los motores eléctricos, los relays, los transformadores y muchos otros que tienen bobinados se comportan de manera tal que la corriente y el voltaje no están en fase. Algo similar ocurre con el uso de capacitores.

Reactancia e Impedancia

Reactancia es el nombre que se dá a la oposición al paso de la corriente en un circuito de CA. Este valor depende no sólo del valor del componente, pero de la frecuencia de la CA. Para identificar los valores de reactancia se utiliza la letra **X** mayúscula.

Existen dos tipos de reactancias. Una es la reactancia ofrecida por un bobinado hecho alrededor de un circuito magnético. A este tipo se la llama reactancia **inductiva (XL)** porque la CA ***induce*** en el componente un voltaje que ***siempre se opone a la acción creada por la corriente***.

El circuito magnético se hace usando hojas superpuestas de un hierro especial, las que están eléctricamente aisladas entre sí para evitar pérdidas. Este circuito magnético (cerrado) captura el campo magnético generado por la CA.

El segundo tipo de reactancia es el **capacitivo (XC)**, el que se genera cuando se incorpora un capacitor al circuito de CA.

Cuando se toman en consideración la resistencia óhmica y los dos tipos de reactancias, se tiene el valor total de oposición al paso de la corriente. A este valor vectorial se lo denomina la **impedancia (Z)** de CA.

Unidades

La inductancia de un inductor se mide en **Henrys** (**Hy**) y la capacitancia de un capacitor en **Faradios** (**F**).

El Faradio representa un valor elevado de capacidad, de manera que es común encontrar valores de capacidad en microFaradio (?**F**). El lector encontrará más información sobre múltiplos y submúltiplos de unidades en el Apéndice III.

Expresión de valores

Es evidente que los valores de las reactancias tendrán en consideración la frecuencia de línea, así como el valor del **inductor** o el **capacitor**, respectivamente. Pero en estas expresiones aparece la necesidad de **mostrar el valor del desfasaje** entre el voltaje y la corriente introducido por el componente. Esta necesidad lleva al uso de los números imaginarios, los que fueron descriptos anteriormente.

Reactancia inductiva (XL)

El valor del inductor (**L**) en un circuito de CA de frecuencia **f**, genera una reactancia inductiva que está dada por la expresión:

$$\mathbf{XL = i\ (2\pi f)\ L = i}\ w\ \mathbf{L = i\ 377\ L} \qquad \mathbf{(2.8)}$$

El valor **2πf** se lo conoce como w, la velocidad angular de la rotación del vector y es constante para una dada frecuencia. Cuando la frecuencia es de 60 Hz se tiene el valor aproximado de 377 (314,16 para los sistemas de 50Hz). El valor de XL está dado en ohms (W).

En este manual, cuando doy ejemplos de cálculo, asumo que la frecuencia es de 60 Hz.y el valor eficaz del voltaje 120 V.

La Figura AII.3 muestra un circuito como el descripto. Si el inductor tiene una inductancia de 0,9 Hy el vector reactancia XL será:

$$\mathbf{XL = i\ 339{,}3}\ W$$

La expresión **(2.8)** asume que el inductor no tiene resistencia alguna, lo que en la práctica es imposible, ya que el alambre del bobinado tiene resistencia. Por el momento lo más importante es destacar que si el valor de XL >> r (mucho mayor que el de su resistencia) podemos asumir que el vector XL está asociado a un vector sin componente real, y con una componente imaginaria positiva en el eje **y** (Φ = +90°).

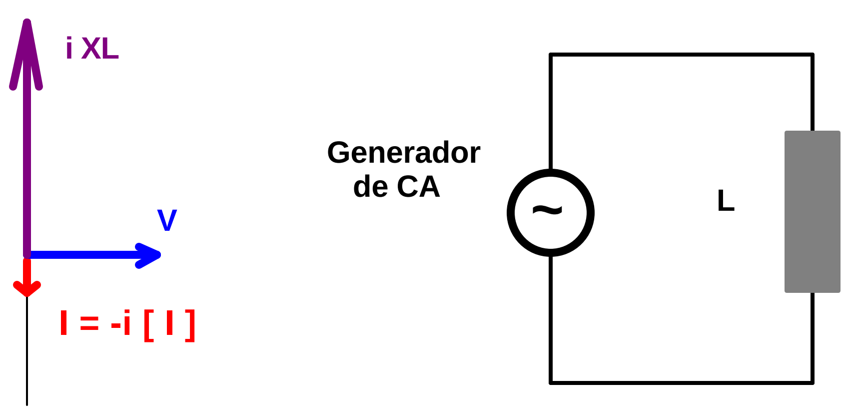


Figura AII. 3- Corriente atrasada 90°

Se acostumbra a considerar ***al vector voltaje como de referencia*** para los ángulos de fase (Φ = 0). La corriente en este circuito tendrá una magnitud y fase dada por las expresiones:

$$[I] = [V] / [XL] \qquad y \qquad F_I = 0 - 90° = - 90°$$

Usando los valores del ejemplo anterior, el vector corriente está dado por:

$$I = -i\ (120 / 339,3) = -i\ 0,35\ A$$

Si observamos la representación vectorial en la Figura AII.3, vemos que cuando el voltaje está en cero, la corriente está ***atrasada respecto al voltaje*** en 90°. Atrasada es correcto pues la rotación de los vectores es en sentido contrario a las agujas del reloj.

Reactancia capacitiva (XC)

En la Figura AII.4 tenemos un circuito de CA con capacidad. El valor de la reactancia capacitiva está dado por:

$$XC = -\ i\ (1/ 2\pi f\ C\ ) = -\ i\ (1\ /\ wC) = -i\ (1/ 377C) \qquad (2.9)$$

Asumiendo que el capacitor tiene una capacitancia de 8 mF (8.10^{-6} F), el vector **XC** está dado por:

$$XC = -i\ \{\ 10^6\ /\ (377\ x\ 8)\} = -i\ 331,6\ W$$

En este circuito el vector corriente **I** está dada por las expresiones:

$$[\ I\ ] = [V] / [XC] \qquad y \qquad F'_I = 0 - (-90°) = 90°$$

En nuestro ejemplo:

$$I = i\ (120 / 331,6\ ) = i\ 0,36\ A$$

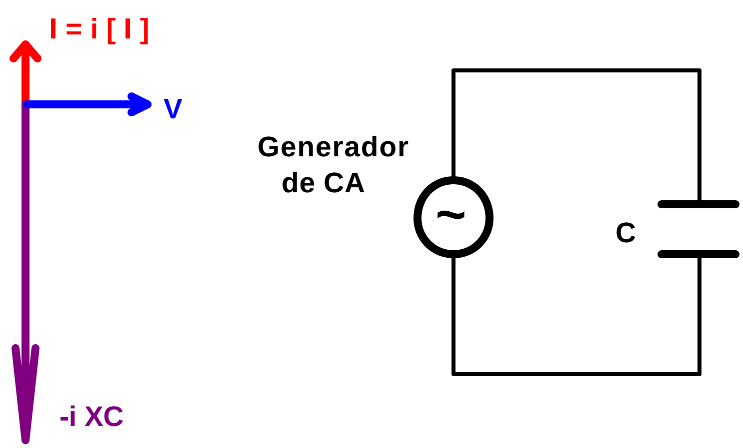


Figura AII. 4- Corriente adelantada 90°

La nueva representación vectorial muestra que si un circuito de CA contiene sólo capacitancia, la corriente ***se adelanta respecto al voltaje***.

Notas: *La resistencia del inductor puede ser integrada a la resistencia total del circuito si el inductor y el resto de la resistencias están en serie.*
Puede observarse que, teóricamente, si un inductor y un capacitor se conectan en serie, los valores iXL e -iXC pueden tener el mismo valor de magnitud, cancelándose los dos vectores, lo que daría un valor infinito para la corriente en el circuito. Esta condición se llama resonancia serie. En la práctica el valor de la corriente estará limitado por el valor resistivo del circuito.

Impedancia

Asumiremos a continuación que tenemos un circuito de CA donde están conectados, en serie, un resistor (R) un inductor (L) y un capacitor (C). Para determinar el valor del vector corriente **(V/Z**) debemos primero calcular la **impendancia (Z)** de este circuito.

En este nuevo circuito asumiremos R = 30 Ω, valor que representa la suma de la resistencia interna de los alambres del bobinado del inductor, la de los cables de connección, más la resistencia que representa las pérdidas en el capacitor. Los valores de inductancia y capacitancia serán los mismos que los usados anteriormente.

Aplicando la ley de Ohm, podemos sumar, vectorialmente, las reactancias (XL y XC) y encontrar el valor serie equivalente. En el circuito de nuestro ejemplo la reactancia serie **Xs** está dada por:

$$\mathbf{Xs = i\ 339{,}6 + (-i\ 331{,}6) = i\ 8}\ \mathrm{W}$$

Como XL>XC, el vector **Xs** resulta ser inductivo. Ahora nos quedan dos vectores **Xs** y **R** cuya suma vectorial nos dará el valor de **Z** y su ángulo de desfasaje.

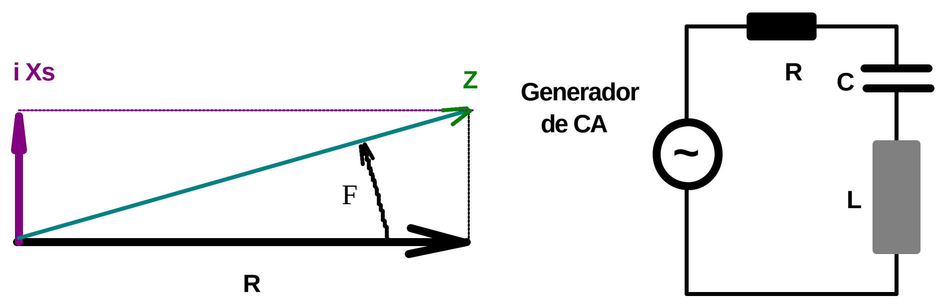


Figura AII.5- Circuito de CA con R, L, C

Solución gráfica

Medir la diagonal del paralelogramo formado por las puntas de esos vectores. Esta solución no es la más precisa, sobre todo cuando las magnitudes son muy dispares.

Como se vió al tratar la suma vectorial, magnitud y fase de Z están dadas por las expresiones:

Solución matemática

$$[Z] = \sqrt[2]{[XLs]^2 + [R^2]} \quad \text{y}$$

$$F = \mathrm{arctang}\ [XLs] / [R] \qquad \mathbf{(2.10)}$$

Para los valores de nuestro ejemplo:

[Z] = 31 W   F **= arctang (8 / 31) = 14,5°**

Potencia Como este valor está dada por el producto vectorial **V * I**, debemos calcular el vector I. El vector corriente se obtiene dividiendo los vectores V y Z. La magnitud y fase para la corriente están dadas por:

[I] = [V] / [Z]   y   F **= 0 -** F $_z$ **= -** F $_z$

Para los valores de nuestro ejemplo,

[I] = 120 / 31 = 3,87 A   F **= 0 - 14,5 = - 14,5°**

El vector potencia (**P**) está dado por:

[P] = [V] x [I]   **y**   F = F **V** + F **I**

En nuestro ejemplo:

[P] = 120 x 3,87 = 464,4 VA   F ?**= 0 + (-14,5) = - 14,5°**

El valor de la magnitud del vector potencia debe darse en **VA** (**voltamper**) porque este vector no está en fase con el voltaje y tiene, como se observa en la Figura AII.6, una componente ***real positiva*** y otra **reactiva** (***imaginaria***) de valor negativo**. Sólo el módulo de la componente real** puede darse en watts. La componente reactiva **sólo genera calor**, y representa las pérdidas en el circuito de CA.

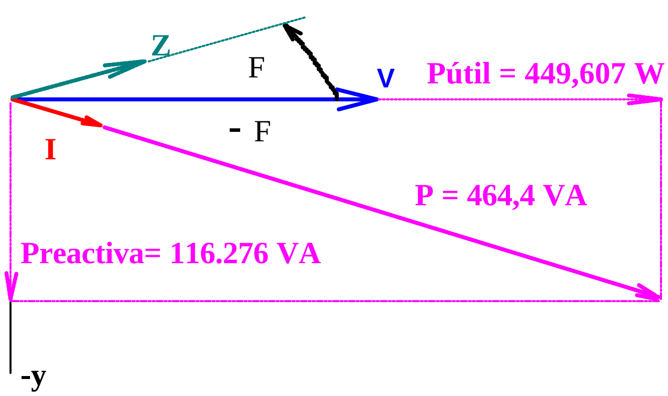


Figura AII. 6- Vector Potencia

El ángulo F define los valores de las componentes útil y reactiva. Como el valor de **[Pú]** está dado por la projección del vector sobre el eje **x,** se tiene:

[Pú] = [P] cos F **(2.10)**

y

[Preac] = [P] sin (-F **)** **(2.11)**

Factor de Potencia

La expresión **(2.10)** es válida ya que: **cos (-?) = cos**?. Se verifica, asimismo que:

$$[P] = \sqrt[2]{[Pú]^2 + [Preac]^2} \qquad (2.12)$$

El valor del **cos**? recibe el nombre de **factor de potencia (fp)**. Para un ángulo de **0° el coseno es 1** y toda la potencia será útil (caso resistivo puro). En nuestro ejemplo,

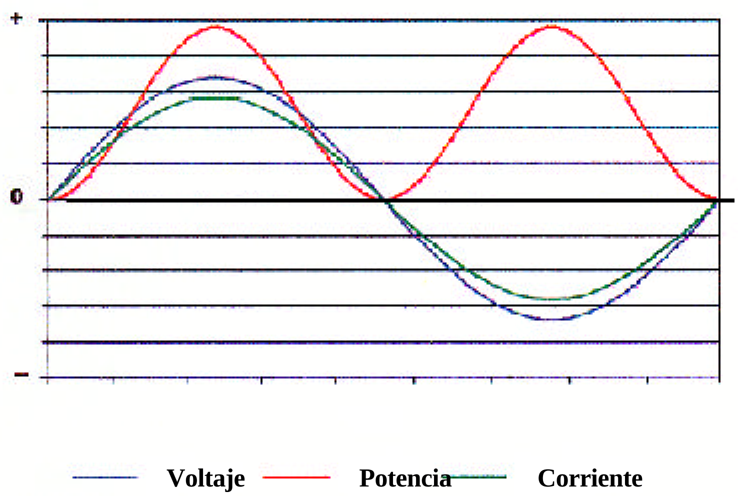
cos F = cos 14,5 = 0,96 = fp

En instalaciones industriales se mide **cos** F para saber con que eficiencia se usa la la energía eléctrica entregada al sistema de alimentación. Cuando el valor del coseno F es bajo, se lo corrige incorporando cargas capacitivas, las que decrecen el valor de XL, haciendo a su vez decrecer el ángulo F, si R permanece constante (ver Figura AII.5).

La compañía que le suministra energía eléctrica cuida que el factor de potencia sea muy cercano a la unidad, de manera que la energía medida a la entrada pueda ser estimada en KWh. Se deduce que los consumidores privados o industriales, pagan por la cantidad de energía que **reciben y no por la que usan (fp<1)**.

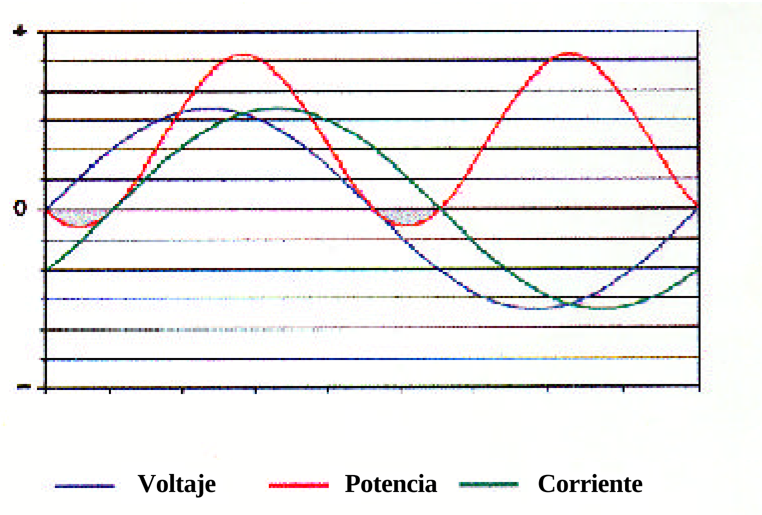
Cuando se habló de los conversores se tomó en cuenta la existencia de la potencia reactiva al agregarse un 25% adicional al valor de potencia de CC a la entrada del mismo.

La Figuras AII.6 a) y b) muestran, respectivamente, las ondas sinusoidales correspondientes a un circuito resistivo (V e I en fase) y otro con un fp = 0,8, el que representa un desfasaje de 37°. Note el lector que en a) la potencia siempre es positiva, mientras que en b) puede apreciarse las zonas donde la potencia reactiva se hace presente.



a)

Figura AII.6- Factor de potencia



b)

Red domiciliaria

La distribución domiciliaria de la energía eléctrica de CA se efectúa usando un sistema trifásico, el que consiste en tres voltajes vectoriales separados por 120° (como el símbolo de la Mercedes Benz), cada uno de ellos con un voltaje eficaz de 120 V. Esta configuración permite un mejor balance de las cargas domésticas y la posibilidad de tener un voltaje elevado (trifásico) cuando se deben conectar cargas elevadas.

El punto común a los tres vectores se conecta a tierra como referencia de potencial y para tener, dentro de las instalaciones domiciliarias, una referencia de voltaje nulo respecto al usuario, el que siempre pisa tierra.

Los cables que llegan a la caja de entrada son tres, como lo ilustra la Figura AII.7.

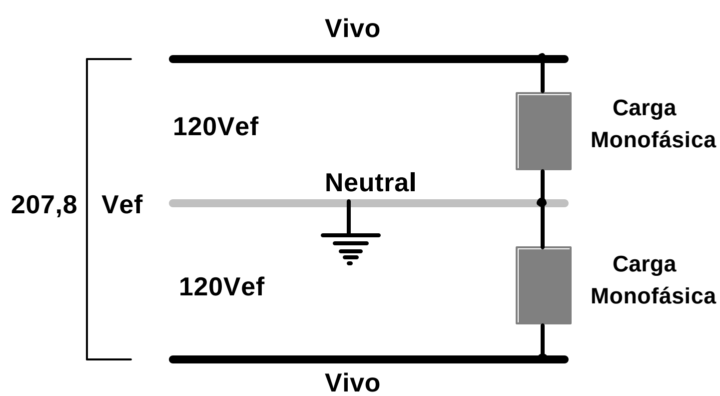


Figura AII.7- Entrada domiciliaria

El conductor a tierra se denomina **neutral** y los otros dos **vivos**, ya que no pueden ser llamados positivos. Es importante recordar la convección de colores para una CA, ya que el **NEGRO** se reserva para los dos conectores vivos y el **BLANCO** para el neutral.

Nota: *La convención de colores cambia en Europa.*

Voltaje entre fases

Como se trata de cantidades vectoriales, el voltaje entre los dos vivos (voltaje entre fases Vff) está dado por la expresión:

$$\mathbf{Vv/v = \sqrt[2]{3}\ x\ 120\ V = 1{,}73\ x\ 120 = 207{,}8\ Vef}$$

A este voltaje se lo conoce como ***trifásico***, para diferenciarlo del ***monofásico*** de 120 Vef. Los inversores de CC a CA son del tipo monofásico. Dependiendo de como se conecte sus salidas, se puede tener un voltaje nulo (en oposición de fase) o doble.